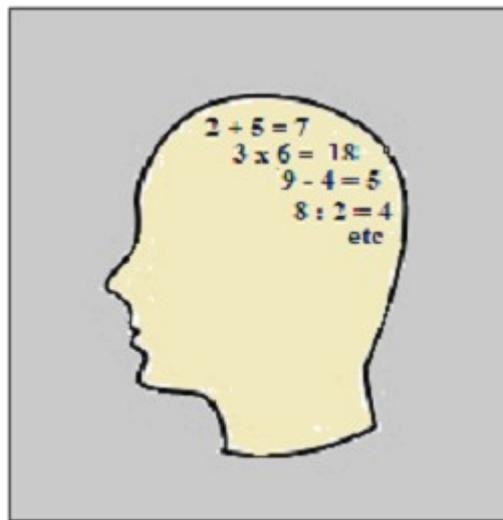


VOIES D'APPRENTISSAGE DES FAITS ARITHMÉTIQUES



Rose-Marie Ninove-Decerf

Graduée et licenciée en logopédie

Données principalement issues des travaux d' Anne Van Hout et Catherine Van Nieuwenhoven.

VOIES D'APPRENTISSAGE DES FAITS

Les faits arithmétiques se construisent par le biais de la **voie sémantique** et de la **voie asémantique**. L'apprentissage asémantique implique une liaison *directe* entre les représentations verbales et chiffrées. Les faits arithmétiques sémantiques empruntent une voie indirecte qui passe par le code analogique de Dehaene ou par le module de représentation sémantique de Mac Closkey pour se charger de sens. Mais si ces modules permettent de les différencier, ils ne suffisent pas à expliquer l'évolution de leur apprentissage.

Ces deux voies (asémantique ou directe, sémantique ou indirecte) contribuent de façon complémentaire à la constitution du stock de faits arithmétiques avec une prépondérance et un rythme d'apprentissage qui varient en fonction des pédagogies utilisées et des capacités individuelles. Des variations se présentent également selon les types d'opération et au sein d'une même catégorie d'opération. Des recherches menées par Seron (2001) montrent, en effet, que « les multiplications et au moins certaines additions sont apprises systématiquement par cœur []. Au contraire, les divisions et soustractions [de même que les additions au-delà de 10] seraient apprises par l'application de stratégies impliquant des manipulations sémantiques ».

Les **faits arithmétiques asémantiques** se constituent par le biais d'*apprentissages systématiques de type drill*. Ces apprentissages « par cœur » basés sur la **répétition intentionnelle d'associations opérandes-résultat non signifiantes**, revient à encoder des mots sans signification (pseudo-mots) et c'est loin d'être simple (Voir chapitres sur la mémoire). Ces faits arithmétiques sont fragiles et réduits à une composante procédurale¹ élémentaire. Grâce à un mécanisme d'apport réciproque, ces faits arithmétiques, bénéficiant des représentations sémantiques développées lors des stratégies opératoires, vont devenir des outils valables pour la composante pratique. Ce mode d'apprentissage serait utilisé pour certaines additions mais surtout pour les multiplications.

Les **faits arithmétiques sémantiques** sont les *fruits d'une longue évolution des « stratégies de comptage »*. Ces stratégies qui, comme leur nom l'indique, prennent ancrage dans le comptage², vont lentement se perfectionner, s'imprégner de sens, profiter de faits arithmétiques asémantiques déjà intégrés et aboutir de façon inconsciente à la mise en mémoire à long terme de faits

¹ Greeno distingue:

- la composante procédurale : habiletés, planification des actions, contrôle de l'exécution ;
- la composante conceptuelle : compréhension des principes
- la composante pratique ou fonctionnelle : adaptation des habiletés et connaissances conceptuelles aux situations fonctionnelles. Elle requiert une « aptitude à comprendre les nécessités propres à une tâche et à la détermination des objectifs à atteindre ». (Van Nieuwenhoven 1999)

² Comptage : « activité numérique qui permet de se représenter le nombre d'éléments d'un ensemble donné et de raisonner sur les quantités » (SPILL 2002) Pour certains auteurs, le terme comptage, plus global, inclut le comptage litanie (comptine numérale) et le comptage dénombrement.

arithmétiques sémantiques. Chargés des compétences procédurales et conceptuelles développées au cours des stratégies opératoires, ces faits arithmétiques constituent des outils solides, « prêts à l'emploi » pour la composante pratique qui les renforcera en retour. Cette voie indirecte, coûteuse au niveau cognitif, est active bien avant la constitution de faits arithmétiques sémantiques. Elle serait généralement empruntée pour l'apprentissage des faits arithmétiques de division, de soustraction et d'addition au delà de 10.

De façon générale, les FAITS ARITHMÉTIQUES SÉMANTIQUES D'ADDITION se développent en passant par des stratégies de :

- ◆ *comptage du tout*³ : cette stratégie qui consiste à placer et réunir deux ensembles en verbalisant la chaîne de façon insécable⁴, est basée sur la règle du cardinal⁵ à savoir que le dernier mot-nombre énoncé correspond au nombre d'éléments comptés. Les habiletés verbales, perceptivo-motrices et la mémoire à long terme vont permettre de placer et reconnaître globalement les collections de doigts associées à leur mot-nombre correspondant;
- ◆ *surcomptage à partir du 1^o terme*⁶ : cette stratégie requiert non seulement le principe de cardinalité mais également la maîtrise de la chaîne sécable⁷ ou dénombrable⁸. L'incrémentation⁹ possible pour les petites transformations, nécessite une activation supplémentaire de la mémoire de travail pour compter mentalement les mots-nombres énoncés ;
- ◆ *surcomptage à partir du plus grand terme*¹⁰ : cette stratégie implique la maîtrise de la comparaison et la commutativité¹¹ ;
- ◆ *récupération en mémoire à long terme des faits arithmétiques* : l'apprentissage systématique et/ou l'application répétée des stratégies opératoires précédentes entraîne(nt) la rétention et la récupération directe de faits arithmétiques sémantiques d'addition. Les additions les plus faciles à intégrer sont les + 0, les + 1 et les doubles¹²;
- ◆ *décomposition* : certains faits arithmétiques sémantiques ou asémantiques mémorisés servent de tremplin pour trouver les résultats d'opérations pour pallier les faits non encore

³ Ex : 6 + 2 placer 6 doigts ou jetons tout en verbalisant « un, deux, trois, quatre, cinq, six », ajouter 2 en verbalisant « un, deux » puis recompter le tout « un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept huit », le dernier mot-nombre énoncé correspondant à l'ensemble compté.

⁴ Chaîne insécable : les nombres sont individualisés mais la production de la chaîne ne peut se faire qu'en partant du début ou en étant amorcée.

⁵ Règle du cardinal : le principe de cardinalité de Gelmann est une compétence procédurale. La connaissance conceptuelle de la cardinalité liée à la conservation du nombre est plus tardive.

⁶ Ex : 3 + 4 placer 3 concrètement ou mentalement, ajouter un à un les 4 éléments concrètement ou mentalement en verbalisant « quatre, cinq, six, sept », le dernier mot-nombre énoncé correspondant à la réponse attendue.

⁷ Chaîne sécable : une section ou un élément de la chaîne numérique peut être produit isolément.

⁸ Chaîne dénombrable : les mots-nombre de la chaîne peuvent être comptés.

⁹ Incrémentation : fait d'augmenter une variable d'une valeur déterminée. Dans ce cas, il s'agit de l'ajout de mots-nombre un par un.

¹⁰ Ex : la résolution de 3 + 4 se fait en partant du plus grand nombre (4) et en énonçant trois mots-nombres suivants « cinq, six, sept », le dernier correspondant au cardinal attendu.

¹¹ Commutativité : propriété selon laquelle l'ordre des termes de certaines opérations (+ X) ne modifie pas le résultat.

¹² Ex : 2 + 2, 6+ 6...

intégrés¹³ ou impossibles à mémoriser vu la taille des nombres¹⁴ ou vu l'immensité des associations à mémoriser.

La construction de FAITS ARITHMÉTIQUES SÉMANTIQUES DE SOUSTRACTION passe par des stratégies de :

- ◆ *comptage avec support concret* : retrait de jetons ou doigts et comptage du reste ;
- ◆ *comptage verbal en avant* ¹⁵ : cette stratégie est basée sur la chaîne sécable et le comptage de mots-nombre énoncés entre deux bornes;
- ◆ *comptage verbal à rebours* ¹⁶ : cette stratégie, plus coûteuse en ressources attentionnelles, est utilisée en cas de petite distance entre les nombres.
- ◆ *récupération en mémoire à long terme des faits arithmétiques*: l'apprentissage systématique et/ou l'application répétée des stratégies opératoires entraîne(nt) la rétention et la récupération directe de faits arithmétiques de soustraction. En attendant, la maîtrise de la réversibilité¹⁷ permet d'utiliser les faits arithmétiques d'addition pour soustraire ¹⁸;
- ◆ *décomposition*. Cette stratégie s'appuie sur les faits arithmétiques connus. Rarement utilisée pour traiter des opérations simples¹⁹, elle permet de résoudre des opérations plus complexes, difficilement mémorisables, qui nécessitent des décompositions et des passages de rang.

Les FAITS ARITHMÉTIQUES SÉMANTIQUES DE MULTIPLICATION sont principalement les fruits d'apprentissages systématiques plus tardifs. On relève, toutefois, une évolution procédurale et conceptuelle des stratégies opératoires les concernant :

- ◆ *additions répétées*²⁰ avec support concret ;
- ◆ *récupération en mémoire à long terme de la litanie* des résultats des tables de multiplication associée au support des doigts ou au comptage des mots-nombres énoncés si la capacité de la mémoire de travail le permet²¹ ;
- ◆ *récupération directe des faits arithmétiques* en commençant par les petits produits, les doubles et les règles ($x 1$, $x 0 \dots$) ;
- ◆ *décomposition* : certains faits arithmétiques mémorisés peuvent servir d'ancrage pour des faits arithmétiques non encore mémorisés²². Ces stratégies de décomposition qui sont généralement utilisées pour les multiplications complexes et qui sont souvent fruit d'un apprentissage induit, demandent de bonnes ressources mnésiques et attentionnelles.

¹³ Ex : $4 + 5 = 4 + 4 + 1$

¹⁴ Ex : $76 + 87$

¹⁵ Ex : $6 - 4 =$ « cinq, six » deux mots-nombres ont été énoncés donc la différence est 2.

¹⁶ Ex : $6 - 4$ verbaliser à rebours « cinq, quatre, trois, deux » et s'arrêter lorsque 4 mots-nombres sont énoncés. Cette stratégie donne lieu à des erreurs de 1 dues au point de départ de la décrémentation « cinq » ou « six », le premier permet de se baser sur le dernier mot-nombre énoncé, le second nécessite de mentaliser le reste, non verbalisé.

¹⁷ Réversibilité : retour à l'état initial.

¹⁸ Ex : sachant que $2 + 4$ font 6 alors $6 - 2 = 4$ et $6 - 4 = 2$

¹⁹ Ex : $7 - 4 = 7 - 2 - 2$

²⁰ Ex : $3 \times 2 = 2 + 2 + 2$

²¹ Ex : 3×5 verbaliser la litanie de la table de 5 « cinq, dix, quinze », s'arrêter quand trois mots-nombre ont été énoncés, le dernier correspond à la réponse attendue.

²² Ex : 6×4 sachant que 5×4 font 20 et qu'il faut encore ajouter 1×4 , le total est 24.

Les FAITS ARITHMÉTIQUES SÉMANTIQUES DE DIVISION évoluent en passant par des stratégies de :

- ◆ *comptage avec support concret* : partage équitable du matériel et dénombrement d'une des parts ;
- ◆ *récupération en mémoire à long terme de la litanie* des résultats des tables de multiplication associée au support des doigts²³ ;
- ◆ *récupération directe de faits arithmétiques* faisant suite à un drill ou à des rencontres répétées. En attendant, grâce à la réversibilité, les faits arithmétiques de multiplication mémorisés vont servir pour les divisions²⁴ ;
- ◆ *décomposition* : ces stratégies qui s'appuient sur les faits arithmétiques mémorisés, *sont* généralement encouragées pour pallier des faits méconnus ou pour résoudre les opérations plus complexes.

Dans cette longue évolution des stratégies opératoires, on constate que :

- ◆ certaines stratégies opératoires ne sont pas purement sémantiques : elles profitent de faits arithmétiques asémantiques et appliquent des techniques parfois dénuées de sens²⁵ ;
- ◆ Les stratégies de comptage n'évoluent pas de façon linéaire : elles peuvent se combiner ou régresser en cas de problèmes de manipulation ou de représentation mentale dus à la taille des nombres, à la distance entre les nombres et/ou à la complexité des calculs à résoudre.

Bien que l'apprentissage des faits arithmétiques sémantiques et asémantiques présente des variations interpersonnelles, on relève en général que :

- ◆ les enfants commencent à mémoriser les doubles, les comptages par 2 et par 5, les complémentaires de 10, les tables d'addition et terminent par les tables de multiplication ;
- ◆ l'apprentissage des faits arithmétiques se fait de façon progressive jusqu'à 10-11 ans ;
- ◆ certains faits arithmétiques peuvent rester difficiles à évoquer ou le redevenir par manque d'entretien ;
- ◆ sauf cas exceptionnels²⁶, le stock de faits arithmétiques reste limité aux faits arithmétiques élémentaires.

En pathologie, la défaillance d'une ou des deux voies entraîne un retard ou un blocage de mise en mémoire à long terme des faits arithmétiques. Nous verrons dans les chapitres concernant les fonctions que :

²³ Ex : 15 : 5 verbaliser la litanie de la table de 5 « cinq, dix, quinze » en étendant un doigt pour chaque mot-nombre énoncé, s'arrêter lorsque « quinze » est énoncé, compter ou percevoir globalement le nombre de doigts étendus.

²⁴ Ex : 12 : 3 sachant que $4 \times 3 = 12$, le retour à l'état initial, c'est à dire l'opération inverse $12 : 3$, donne 4.

²⁵ Ex : Une même procédure d'extension des doigts associée à la production de la litanie des résultats est utilisée pour résoudre les multiplications et les divisions, la réponse correspondant soit au dernier mot-nombre énoncé, soit au nombre de doigts étendus, un choix qui est fréquemment mécanique et dénué de sens.

²⁶ Surdoués, autistes de haut niveau.

- ◆ ***un trouble d'apprentissage des faits arithmétiques asémantiques*** est principalement reliée à une défaillance de la mémoire à long terme didactique et/ou à une déficience de la mémoire de travail auditivo-verbale et que dysfonctionnements mnésiques sont également responsables de troubles du langage oral et écrit (dysphasie, dyslexie) ;

- ◆ ***un trouble d'apprentissage des faits arithmétiques sémantiques*** se situe dans le cadre d'un trouble d'évolution du nombre et du calcul dû à un ou plusieurs troubles cognitifs et transversaux (langagiers, visuo-spatiaux, mnésiques, attentionnels et exécutifs et/ou du raisonnement), souvent responsables de plusieurs troubles d'apprentissage (dyslexie, dysphasie...)

À propos

Rose-Marie Ninove-Decerf, graduée et licenciée en logopédie en 1979, a été chargée jusqu'en 2007 de la remédiation des troubles du langage et des apprentissages en enseignement individualisé de Type 8 (École Sainte-Bernadette à Auderghem, Belgique).

L'album *Le pays des Pas Dix. Une mystérieuse histoire de nombres...*, ainsi que les documents associés (les guides méthodologiques, les planches à reproduire, etc.) sont disponibles gratuitement dans le cadre d'une utilisation non commerciale sur <http://lepaysdespasdix.wordpress.com>.